KOREPETITORIUS

Ramunė Dranseikienė,
Ona Stančiukienė

Matematikos

pasitikrinamieji testai

11–12 klasei

ŠVIESA

Leidinio vadovė
Ingrida Navalinskienė

Pirmasis leidimas 2020

Leidinio bibliografinė informacija pateikiama
Lietuvos nacionalinės Martyno Mažvydo bibliotekos
Nacionalinės bibliografijos duomenų banke (NBDB).

Šį kūrinį, esantį bibliotekose, mokymo ir mokslo įstaigų bibliotekose, muziejuose arba archyvuose, draudžiama mokslinių tyrimų ar asmeninių studijų tikslais atgaminti, viešai skelbti ar padaryti viešai prieinamą kompiuterių tinklais tam skirtuose terminaluose tų įstaigų patalpose.

© Ramunė Dranseikienė, 2020
© Ona Stančiukienė, 2020
© Leidykla „Šviesa“, 2020

ISSN 2669-0098
ISBN 978-5-430-06994-0

Turinys

1 testas APSKRITIMAS, KAMPAI IR DAUGIAKAMPIAI 5
2 testas TRIGONOMETRIJA GEOMETRIJOJE 9
3 testas PLOKŠTUMOS VEKTORIAI 13
4 testas SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI 17
5 testas ALGEBRINIAI REIŠKINIAI 20
6 testas LYGTYS IR JŲ SISTEMOS 23
7 testas NELYGYBĖS IR JŲ SISTEMOS 27
8 testas ŽODINIAI UŽDAVINIAI 30
9 testas FUNKCIJOS 33
10 testas RODIKLINĖ FUNKCIJA, RODIKLINĖS LYGTYS IR NELYGYBĖS 38
11 testas LOGARITMINĖ FUNKCIJA, LOGARITMINĖS LYGTYS IR NELYGYBĖS 41
12 testas SKAIČIŲ SEKOS. ARITMETINĖ PROGRESIJA 44
13 testas GEOMETRINĖ PROGRESIJA 47
KOMPLEKSINIO KARTOJIMO UŽDUOTIS (III gimnazijos klasei) 49
14 testas TRIGONOMETRINĖS FUNKCIJOS 52
15 testas TRIGONOMETRINIAI REIŠKINIAI 56
16 testas TRIGONOMETRINĖS LYGTYS IR NELYGYBĖS 59
17 testas FUNKCIJŲ IŠVESTINĖS. IŠVESTINĖS GEOMETRINĖ IR FIZIKINĖ PRASMĖ 61
18 testas FUNKCIJŲ IŠVESTINIŲ TAIKYMAS 64
19 testas PIRMYKŠTĖ FUNKCIJA IR INTEGRALAS 67
20 testas ERDVĖS VEKTORIAI 70
21 testas TIESĖS IR PLOKŠTUMOS ERDVĖJE 73
22 testas BRIAUNAINIAI 78
23 testas SUKINIAI 81
24 testas KOMBINATORIKA 84
25 testas TIKIMYBĖS 87
26 testas STATISTIKA 90
KOMPLEKSINIO KARTOJIMO UŽDUOTIS 94

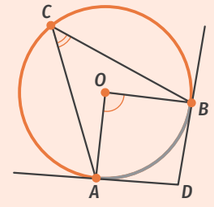
ATSAKYMAI 98
1 testo atsakymai 98
2 testo atsakymai 98
3 testo atsakymai 98
4 testo atsakymai 98
5 testo atsakymai 98
6 testo atsakymai 98
7 testo atsakymai 98
8 testo atsakymai 98
9 testo atsakymai 99
10 testo atsakymai 99
11 testo atsakymai 99
12 testo atsakymai 99
13 testo atsakymai 99
Kompleksinio kartojimo užduoties (III gimnazijos klasei) atsakymai 99
14 testo atsakymai 99
15 testo atsakymai 99
16 testo atsakymai 99
17 testo atsakymai 100
18 testo atsakymai 100
19 testo atsakymai 100
20 testo atsakymai 100
21 testo atsakymai 100
22 testo atsakymai 100
23 testo atsakymai 100
24 testo atsakymai 100
25 testo atsakymai 101
26 testo atsakymai 101
Kompleksinio kartojimo užduoties atsakymai 101

1 testas

Apskritimas, kampai ir daugiakampiai

KAMPAI APSKRITIME

Kampas, kurio viršūnė yra apskritimo centre, vadinamas centriniu kampu ($\angle AOB$). Apskritimo lanko didumu vadinamas jį atitinkančio centrinio kampo didumas ($\cup AB = \angle AOB$).



Kampas, kurio kraštinės liečia apskritimą, vadinamas apibrėžtiniu kampu ($\angle ADB$).

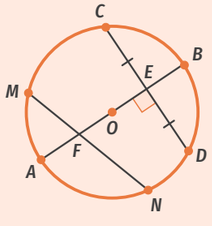
Kampas, kurio viršūnė yra apskritimo taškas, o kraštinės kerta tą apskritimą, vadinamas įbrėžtiniu kampu ($\angle ACB$).
Įbrėžtinio kampo didumas lygus pusei jį atitinkančio centrinio kampo didumo:

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\cup AB$.

Įbrėžtiniai kampai, kurie remiasi į tą patį apskritimo lanką, yra lygūs, o kurie remiasi į skersmenį – statūs.

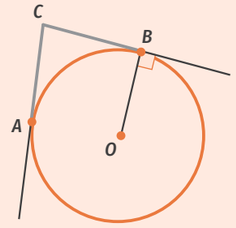
STYGŲ IR LIESTINIŲ SAVYBĖS

Apskritimo skersmuo, statmenas stygai, dalija ją į dvi lygias dalis, t. y. $AB \perp CD$, todėl $CE = ED$.



Jei dvi apskritimo stygos susikerta, tai vienos stygos atkarpų ilgių sandauga lygi kitos stygos atkarpų ilgių sandaugai:
$AF \cdot FB = MF \cdot FN$.

Apskritimo liestinė CB yra statmena per lietimosi tašką B nubrėžtam spinduliui OB, t. y. $CB \perp OB$.



Apskritimo liestinių, nubrėžtų iš to paties taško C, atkarpos iki lietimosi taškų A ir B yra lygios: $CA = CB$.

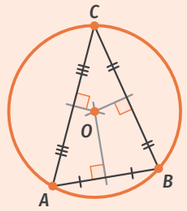
ĮBRĖŽTINIAI IR APIBRĖŽTINIAI DAUGIAKAMPIAI

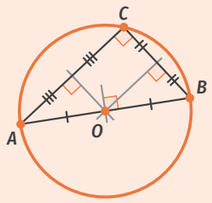
Daugiakampis, kurio visos viršūnės yra apskritimo taškai, vadinamas įbrėžtiniu daugiakampiu.
Daugiakampis, kurio visos kraštinės liečia apskritimą, vadinamas apibrėžtiniu daugiakampiu.
Apie kiekvieną taisyklingąjį daugiakampį galima apibrėžti apskritimą ir į kiekvieną taisyklingąjį daugiakampį galima įbrėžti apskritimą.

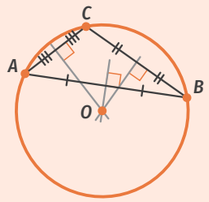
Įbrėžtinių ir apibrėžtinių trikampių savybės:
1) Apie kiekvieną trikampį galima apibrėžti vienintelį apskritimą. Jo centras yra trikampio kraštinių vidurio statmenų sankirtos taškas:

- apie smailųjį trikampį apibrėžto apskritimo centras yra trikampio viduje;
- apie statųjį trikampį apibrėžto apskritimo centras yra įžambinės vidurio taškas;

- apie bukąjį trikampį apibrėžto apskritimo centras yra trikampio išorėje.

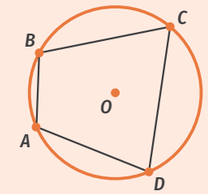






2) Į kiekvieną trikampį galima įbrėžti vienintelį apskritimą. Jo centras yra trikampio pusiaukampinių sankirtos taškas.

Įbrėžtinių ir apibrėžtinių keturkampių savybės:
1) Jeigu į apskritimą galima įbrėžti keturkampį, tai jo priešingųjų kampų didumų suma lygi 180°:
$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$.
Ir atvirkščiai – jeigu keturkampio priešingųjų kampų didumų suma lygi 180°, tai apie keturkampį galima apibrėžti apskritimą.

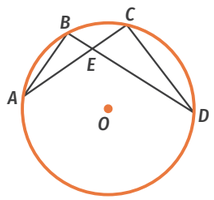


2) Jeigu apie apskritimą galima apibrėžti keturkampį, tai jo priešingųjų kraštinių ilgių sumos yra lygios:
$AB + CD = BC + AD$.
Ir atvirkščiai – jeigu keturkampio priešingųjų kraštinių ilgių sumos yra lygios, tai į keturkampį galima įbrėžti apskritimą.

Kiekvienas iš 1–5 uždavinių turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą 1 tašku.

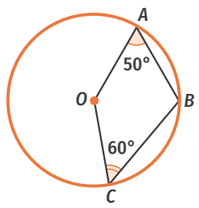
1. Apskritimo stygos AC ir BD kertasi taške E. Apskaičiuokite trikampio CED perimetrą, jei $AB = 16$ cm, $CD = 24$ cm, $P_{\triangle ABE} = 28$ cm.

A 64 cm **B** 36 cm **C** 42 cm **D** 48 cm



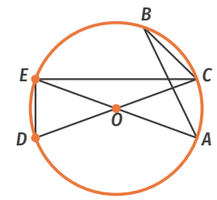
2. Brėžinyje pavaizduotas apskritimas, kurio centras O. Yra žinoma, kad $\angle OAB = 50°$, $\angle BCO = 60°$. Apskaičiuokite kampo AOC didumą.

A 100° **B** 120° **C** 130° **D** 140°



3. Kam lygus kampo ABC (žr. pav.) didumas, jei $\angle EDC = 70°$?

A 20° **B** 35° **C** 40° **D** 70°



4. Apie apskritimą apibrėžtos lygiašonės trapecijos pagrindų ilgiai yra 16 cm ir 9 cm. Apskaičiuokite šios trapecijos plotą.

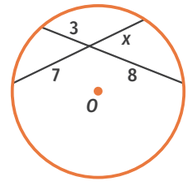
A 150 cm^2 **B** 120 cm^2 **C** 160 cm^2 **D** 140 cm^2

5. Apie statųjį trikampį ABC ($\angle C = 90°$) apibrėžto apskritimo spindulio ilgis 5 cm, o aukštinės, nubrėžtos į įžambinę, ilgis 3 cm. Apskaičiuokite šio trikampio plotą.

A 8 cm^2 **B** 15 cm^2 **C** 18 cm^2 **D** 12 cm^2

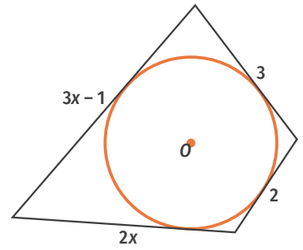
6. Apskaičiuokite x reikšmes:

a)



1 taškas

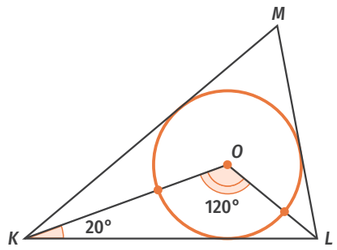
b)



1 taškas

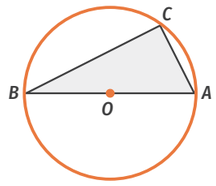
7. Į lygiakraštį trikampį, kurio kraštinės ilgis lygus 3, įbrėžtas apskritimas, o į apskritimą – kvadratas. Apskaičiuokite kvadrato plotą. ***1 taškas***

8. Remdamiesi brėžinio duomenimis apskaičiuokite kampo M didumą. ***1 taškas***

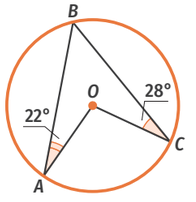


9. Apskritimo spindulio ilgis lygus 1. Skersmuo AB su styga BC sudaro 30° kampą. Apskaičiuokite nuspalvinto trikampio plotą. ***1 taškas***

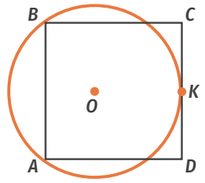
10. Į rombą, kurio kraštinės ilgis $4\sqrt{3}$ cm, įbrėžtas apskritimas. Apskaičiuokite šio apskritimo spindulio ilgį, jei rombo įstrižainė dalija rombą į du lygiakraščius trikampius. ***1 taškas***



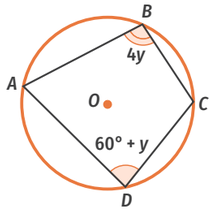
11. Brėžinyje pavaizduotas apskritimas, kurio centras O. Yra žinoma, kad $\angle BAO = 22°$ ir $\angle BCO = 28°$. Apskaičiuokite kampo ACB didumą. ***2 taškai***



12. Kvadrato kraštinės ilgis 8 cm. Per dvi kvadrato viršūnes A ir B nubrėžtas apskritimas, liečiantis kraštinę CD taške K. Kokio ilgio yra šio apskritimo spindulys? ***2 taškai***

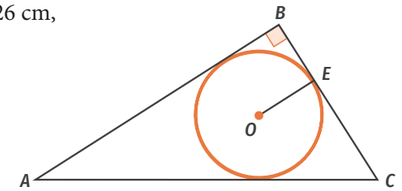


13. Brėžinyje pavaizduotas keturkampis $ABCD$, kurio $\angle A : \angle C = 2 : 3$. Apskaičiuokite kampų A ir D didumų sumą. ***3 taškai***



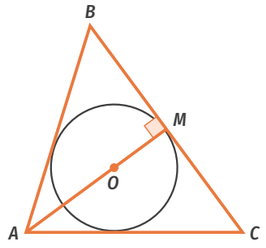
14. Statmuo, nubrėžtas iš apskritimo taško į skersmenį, dalija jį į atkarpas, kurių viena 12 cm ilgesnė už kitą. Statmens ilgis 8 cm. Apskaičiuokite skritulio, kurį riboja apskritimas, plotą. ***3 taškai***

15. Duotas statusis trikampis ABC (žr. pav.). Yra žinoma, kad $AC = 26$ cm, $AB : BC = 12 : 5$. Apskaičiuokite OE ilgį. ***3 taškai***



16. Rombo kraštinės ilgis 50 cm, o vienos įstrižainės ilgis 60 cm. Apskaičiuokite į šį rombą įbrėžto apskritimo spindulio ilgį. ***4 taškai***

17. Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas, kurio centras yra taškas O. Trikampio aukštinė AM eina per apskritimo centrą (žr. pav.). Yra žinoma, kad $AM : BC = 2 : 3$, $P_{\triangle ABC} = 64$ cm.



17.1. Įrodykite, kad trikampis ABC yra lygiašonis. ***1 taškas***

17.2. Apskaičiuokite apskritimo spindulio ilgį. ***3 taškai***

18. Lygiašonės trapecijos pagrindų ilgiai yra 4 cm ir 16 cm. Apskaičiuokite į šią trapeciją įbrėžto ir apie ją apibrėžto apskritimų spindulių ilgius. ***4 taškai***

19. Du apskritimai liečiasi iš išorės. Atstumas tarp apskritimų centrų 15 cm. Nubrėžta tiesė, liečianti šiuos apskritimus atitinkamai taškuose A ir B. Atkarpos AB ilgis 12 cm. Apskaičiuokite apskritimų spindulių ilgius. ***4 taškai***

1 TESTO TAŠKŲ IR PAŽYMIŲ LENTELĖ, PASIEKIMŲ LYGIS

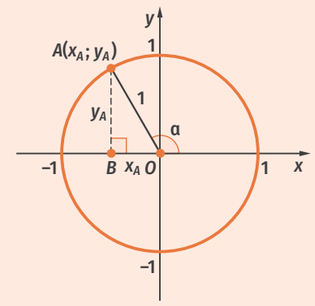
Taškai	38–40	34–37	30–33	24–29	18–23	14–17	8–13	4–7	1–3	0
Pažymys	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Lygis	**Aukštesnysis**		**Pagrindinis**			**Patenkinamas**		**Nepatenkinamas**		

2 testas

Trigonometrija geometrijoje

KAMPO SINUSO IR KOSINUSO REIKŠMĖS

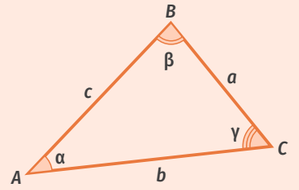
Taško A koordinatės yra kampo α sinuso ir kosinuso reikšmės:
$\cos\alpha = x_A$; $\sin\alpha = y_A$.
Taško A koordinates ir apskritimo spindulio ilgį sieja Pitagoro teorema: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.



Smailiojo kampo ir sinuso, ir kosinuso reikšmė yra teigiama.
Bukojo kampo sinuso reikšmė yra teigiama, o kosinuso reikšmė – neigiama:
$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$.

TRIKAMPIO PLOTAS

Trikampio plotas lygus dviejų kraštinių ilgių ir kampo tarp jų sinuso sandaugos pusei:
$S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$.



Trikampio plotą galima apskaičiuoti remiantis Herono formule:
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; čia p – trikampio pusperimetris, t. y. $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

SINUSŲ TEOREMA

Trikampio kraštinių ilgiai yra proporcingi prieš jas esančių kampų sinusams:
$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$; čia R – apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulio ilgis.

KOSINUSŲ TEOREMA

Trikampio kraštinės ilgio kvadratas lygus kitų dviejų kraštinių ilgių kvadratų sumai minus dviguba tų kraštinių ilgių ir kampo tarp jų kosinuso sandauga:
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.
Išvada: trikampyje prieš didesnį kampą yra ilgesnė kraštinė, prieš ilgesnę kraštinę yra didesnis kampas.

5. Koks yra geometrinės progresijos $\{b_n\}$, kurios $b_2 + b_3 = 12$, o $q = 3$, pirmasis narys?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 9

6. Pirmieji trys geometrinės progresijos nariai yra $-\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$, $-3\sqrt{2}$. Apskaičiuokite ketvirtąjį šios progresijos narį. ***1 taškas***

7. Geometrinės progresijos n-tojo nario formulė yra $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$. Apskaičiuokite šios progresijos pirmąjį narį. ***1 taškas***

8. Apskaičiuokite geometrinės progresijos $\{b_n\}$ aštuntąjį narį, kai $b_1 = \sqrt{3}$, o $q = -\sqrt{3}$. ***1 taškas***

9. Geometrinės progresijos $b_1, b_2, b_3, \ldots$ pirmųjų n narių suma yra $S_n = \frac{9(3^n - 1)}{2}$. Apskaičiuokite b_4 reikšmę. ***1 taškas***

10. Seka $b_1, b_2, b_3, \ldots$ yra geometrinė progresija, kurios $b_n^2 = b_2 \cdot b_{10}$. Apskaičiuokite n. ***1 taškas***

11. Darbuotojas dirbo penkerius metus ir jo uždarbis kasmet didėjo po 10 %, palyginti su praėjusiais metais. Per pirmuosius darbo metus darbuotojas uždirbo 6000 eurų. Kiek eurų darbuotojas uždirbo per penkerius darbo metus? Atsakymą pateikite sveikųjų skaičių tikslumu. ***1 taškas***

12. Duota seka $\frac{3}{\sqrt{3}+1}, \frac{3}{2\sqrt{3}+4}, \frac{3}{6\sqrt{3}+10}, \ldots$.

12.1. Įrodykite, kad ši seka yra nykstamoji geometrinė progresija. ***1 taškas***

12.2. Apskaičiuokite jos sumą. ***2 taškai***

13. Su kuria x reikšme reiškinių $x - 6$; $\sqrt{8x}$; $x + 4$ skaitinės reikšmės yra trys vienas po kito einantys geometrinės progresijos nariai? ***3 taškai***

14. Į 60° kampą įbrėžti penki apskritimai taip, kad kiekvienas tolesnis apskritimas liečia ankstesnįjį. Kiek kartų visų penkių apskritimų ilgių suma yra didesnė už mažiausio apskritimo ilgį? ***4 taškai***

15. Išspręskite lygtį $\left(4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots\right)\right)^{2\log_3(-x)} = 0{,}25^{-1}$. ***4 taškai***

16. Raskite tris skaičius, sudarančius didėjančiąją geometrinę progresiją, jei jų suma lygi 21, o jų kvadratų suma lygi 189. ***5 taškai***

17. Pirmasis, antrasis ir aštuntasis aritmetinės progresijos nariai sudaro geometrinę progresiją. Jei prie pirmųjų dviejų šios geometrinės progresijos narių pridėtume atitinkamai 1 ir 2, o iš trečiojo nario atimtume 20, gautume kitos geometrinės progresijos narius. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos pirmųjų 70 narių sumą. ***5 taškai***

18. Triženklio skaičiaus skaitmenys sudaro geometrinę progresiją. Jei iš to skaičiaus atimtume 594, gautume skaičių, užrašytą tais pačiais skaitmenimis, bet atvirkščia tvarka. Jei prie skaičiaus skaitmenų pridėtume atitinkamai 1, 2 ir 1, gautume skaičių, kurio skaitmenys sudarytų aritmetinę progresiją. Raskite pradinį skaičių. ***5 taškai***

13 TESTO TAŠKŲ IR PAŽYMIŲ LENTELĖ, PASIEKIMŲ LYGIS

Taškai	38–40	34–37	30–33	24–29	18–23	14–17	8–13	4–7	1–3	0
Pažymys	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Lygis	**Aukštesnysis**		**Pagrindinis**			**Patenkinamas**		**Nepatenkinamas**		

Kompleksinio kartojimo užduotis (III gimnazijos klasei)

Kiekvienas iš 1–10 uždavinių turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą 1 tašku.

1. Kuris iš pateiktų reiškinių yra tapatus reiškiniui $\sqrt[12]{x}$, kai $x \geqslant 0$?

A $\sqrt[6]{\sqrt{x}}$ **B** $\sqrt{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ **C** $\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{x}$ **D** $\sqrt[6]{\sqrt[6]{x}}$

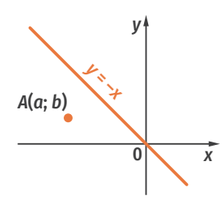
2. $\frac{3^x - 1}{9^x - 1} =$

A $\frac{1}{3^x - 1}$ **B** $\frac{1}{3^x + 1}$ **C** $\frac{1}{3^x}$ **D** $\frac{1}{3}$.

3. Keliais procentais sumažėtų trupmena, jei jos skaitiklį sumažintume 76 %, o vardiklį sumažintume 20 %?

A 3,8 % **B** 30 % **C** 56 % **D** 70 %

4. Brėžinyje pavaizduota tiesė $y = -x$ ir pažymėtas taškas $A(a; b)$. Palyginkite taško A koordinates.



A $a = -3b$ **B** $a > b$ **C** $a < b$ **D** $a > 2b$

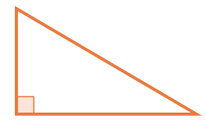
5. Kuris iš skaičių –6, –5, 0, 5, 6 **nepriklauso** funkcijos $f(x) = 3x^2 - 12x + 7$ reikšmių sričiai?

A –6 **B** –5 **C** 0 **D** 6

6. Kokia gali būti didžiausia reiškinio $\frac{x+z}{y}$ reikšmė, jei $x \in [-1; 5]$, $y \in [4; 7]$, o $z \in [3; 9]$?

A 4 **B** 3,5 **C** 3,2 **D** 2

7. Kuris iš teiginių apie pavaizduotą statųjį trikampį yra **klaidingas**?



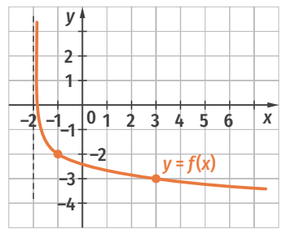
A Dviejų statinių ilgių suma yra didesnė už įžambinės ilgį.

B Apie trikampį apibrėžto apskritimo skersmuo lygus įžambinei.

C Smailiojo kampo priekampis yra bukasis kampas.

D Iš to paties smailiojo kampo viršūnės nubrėžtos pusiaukraštinė ir pusiaukampinė yra lygios.

8. Kurios funkcijos grafiko eskizas pavaizduotas koordinačių plokštumoje?



A $f(x) = \log_5(x - 2) - 2$ **B** $f(x) = \log_{0,2}(x + 2) - 2$

C $f(x) = \log_5(x - 2) - 3$ **D** $f(x) = \log_{0,2}(x + 2) - 3$

9. Koks yra kampo tarp vektorių $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ir $\vec{b} = -4\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$ didumas?

A 30° **B** 45° **C** 60° **D** 90°

10. Lygties $(x - 2)^2(x + 1) = x + 1$ visų sprendinių aibė yra:

A $\{-2, -1, 2\}$ **B** $\{-2, 2\}$ **C** $\{-1, 1, 3\}$ **D** $\{2\}$.

11. Duoti trys skaičių intervalai: $A = (-6; 4)$, $B = [-2; 10]$ ir $C = (4; 14]$. Raskite $A \cup B \cap C$. ***1 taškas***